

TEMA 1

PENTRU CURSUL DE ALGEBRĂ, SERIA 10

Rezolvă problemele următoare, apoi încearcă să le redactezi cât mai explicit. În acordarea punctajului, vor conta atât corectitudinea rezolvării, cât și calitatea redactării. Include **obligatoriu** în tema predată și ciornele pe care încerci să faci rezolvarea.

Pentru a înțelege problemele, citește cu atenție notițele de la curs, dar și alte materiale indicate.

Aceasta este o temă **individuală**: copierea soluțiilor de la alți colegi poate fi penalizată.

Termen limită de predare: luni, 14.11.2011, ora 9:00.

1. Definiște funcția \arctg . Calculează apoi $\arctg(-1)$ și $\arctg(\operatorname{tg}(\frac{7\pi}{3}))$.
2. Recitește definiția despre mulțimi infinite, apoi arată (folosind doar definiția!) că mulțimea \mathbf{R} a numerelor reale este infinită.

3. Pe mulțimea numerelor reale definim următoarea relație:

$$x R y \text{ dacă } x^2 - x = y^2 - y.$$

- a. Demonstrează că relația R este relație de echivalență.
- b. Determină clasa de echivalență a elementului 3.
- c. Precizează un sistem complet de reprezentanți pentru această relație de echivalență.

4. Considerăm funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, descrisă prin

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \text{ dacă } x \leq 1 \\ x^2 - x & , \text{ dacă } x > 1 \end{cases}$$

- a. Justifică dacă funcția f este bijectivă.
- b. Calculează $f \circ f$.
- c. Justifică dacă există un număr $n > 0$, pentru care $\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ factori}} = id_{\mathbf{R}}$

5.
 - a. Demonstrează că mulțimea tuturor șirurilor *strict crescătoare* de numere naturale, nu este o mulțime numărabilă.
 - b. Ce poți spune despre mulțimea șirurilor *convergente* de numere naturale: este sau nu o mulțime numărabilă?
 - c. Aceeași întrebare despre mulțimea șirurilor *periodice* de numere naturale.