1. a) Definiţi noţiunea de subspaţiu afin.

b) Fie $\mathbb{A} = R^3$ cu structura canonică de spţiu afin. Determinaţi $\alpha \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $P = (1, 0, \alpha)$ să aparţină subspaţiului afin generat de $A = (1, 1, -1), B = (0, 2, -1), C = (3, -2, 0)$.

c) Determinaţi ecuaţia subspaţiului afin ce conţine punctul $Q = (1, 2, 3)$ şi este paralel cu subspaţiul generat de $\{A, B, C\}$.

2. a) Definiţi noţiunea de transfomare afină.

b) Fie $\mathbb{A} = \mathbb{R}^3$ cu structura canonică de spaţiu afin, şi

$$f : \mathbb{A} \to A, f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, 2x_2 - x_3, 3x_3).$$

Dacă d este dreapta de ecuaţie

$$d : \frac{x_1 - 1}{1} = \frac{x_2 - 2}{2} = \frac{x_3 - 3}{3}$$

Determinaţi dreapta $f(d)$.

c) Există drepte $d \subset \mathbb{R}^3$ astfel încât $f(d) \cap d \neq \emptyset$? Justificare.

3. a) Definiţi noţiunea de izometrie a unui spaţiu afin euclidian.

b) Fie $\mathbb{A} = \mathbb{R}^2$ cu structura canonică de spaţiu afin euclidian, şi

$$f : A \to A, f(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 - 1, \alpha x_1 + \beta x_2 + 3\right).$$

Determinaţi $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ astfel încât f să fie o izometrie.

c) Fie $O = (0, 0), B = (1, 0), C = (0, 2), O' = (1, 1), A' = (2, 1)$. Determinaţi $C' \in \mathbb{A}$ astfel încât să existe o izometrie $f : \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ cu proprietatea că $f(O) = O', f(B) = B', f(C) = C'$.

4. Fie $\mathbb{A} = \mathbb{R}^2$ cu structura canonică de spaţiu afin euclidian, şi $\mathcal{Q} \subset \mathbb{A}$ cuadrica de ecuaţie

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 6x_1 - 8x_2 = 0.$$

a) Arătaţi că există două drepte $d_1, d_2 \subset \mathcal{Q}$ astfel incat $d_1 \cap d_2 = \{(0, 0, 0)\}$.

b) Sunt dreptele d_1, d_2 de la punctul a) perpendiculare? Justificare.