Introducere în teoria fasciculelor

Seminar 7
Luni, 31.03.2014.

---

1. (Exemple / contraexemple de fascicule flasce)

a) Fie $\mathcal{S}$ un fascicul skyscraper. Demonstraţi că $\mathcal{S}$ este flasc.

b) Fie $\mathcal{F}$ un fascicul de bază X. Demonstraţi că fasciculul $\mathcal{W}(\mathcal{F})$ de secţiuni *arbitrare* în $\mathcal{F}$ este flasc.

c) Explicaţi de ce fasciculele constante, în general, nu sunt fascicule flasce.

2. (Imaginea directă a unui fascicul flasc este tot un fascicul flasc) Fie X, Y spaţii topologice, $\varphi : X \to Y$ o aplicaţie continuă şi $\mathcal{F}$ un fascicul de bază X. Demonstraţi că, dacă $\mathcal{F}$ este un fascicul flasc, atunci $\varphi_*\mathcal{F}$ este, la rândul său, un fascicul flasc.

3. (Functorul $\Gamma(U, \cdot)$ este exact la stânga) a) Fie

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}' \longrightarrow \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}'' \longrightarrow 0$$

un şir exact de fascicule de grupuri abeliene de bază X. Demonstraţi că pentru orice $U \subset X$ deschis

$$0 \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}') \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}) \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}'')$$

este un şir exact de grupuri abeliene.

b) Fie

$$0 \longrightarrow \mathcal{F}^0 \longrightarrow \mathcal{F}^1 \longrightarrow \mathcal{F}^2 \longrightarrow \dots$$

un şir exact de fascicule de grupuri abeliene de bază X. Demonstraţi că pentru orice $U \subset X$ deschis

$$0 \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}^0) \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}^1) \longrightarrow \Gamma(U, \mathcal{F}^2) \longrightarrow \dots$$

este un complex de colanţuri de grupuri abeliene.