

Introducere în teoria fasciculelor

Seminar 10

Luni, 28.04.2014.

1. (Suportul unei secțiuni) Fie \mathcal{F} un fascicul de grupuri de bază X și $s \in \mathcal{F}(X) = \Gamma(X, \mathcal{F})$ o secțiune a lui \mathcal{F} . Demonstrați că suportul lui s definit prin $\text{supp } s = \{x \in X \mid s(x) \neq 0\}$ este o mulțime închisă.

2. (Existența partițiilor unei secțiuni într-un fascicul moale pe un spațiu paracompact) Explicați cum se procedează în cazul acoperirilor deschise care nu sunt local finite.

3. (Fascicule moi și fascicule fine: exemple și contraexemple) Demonstrați:

- (i) \mathcal{C}_X^0 este un fascicul moale (X spațiu topologic paracompact);
- (ii) \mathcal{C}_X^∞ este un fascicul fin (X varietate diferențiabilă);
- (iii) $\mathcal{O}_{\mathbb{C}}$ nu este un fascicul moale;
- (iv) fasciculele constante nu sunt, în general, fascicule moi.

4. (Produs tensorial cu un fascicul fin) Fie X un spațiu topologic paracompact, \mathcal{L}, \mathcal{M} fascicule de grupuri abeliene. Dacă \mathcal{L} este fascicul fin, atunci $\mathcal{L} \otimes_{\mathbb{Z}} \mathcal{M}$ este fascicul fin.