

**RAPORT ȘTIINȚIFIC PRIVIND IMPLEMENTAREA
PROIECTULUI PN-II-ID-PCE-2011-3-0118 ÎN PERIOADA
1.XII.2013-1.XII.2014**

În această perioadă au fost elaborate 4 articole științifice, toate fiind publicate sau acceptate spre publicare în reviste cotate ISI. Conținutul celor 4 articole, ce acoperă în totalitate obiectivele propuse pentru aceasta etapă, poate fi sintetizat după cum urmează:

1. P. Gauduchon, A. Moroianu, L. Ornea: *Compact homogeneous LCK manifolds are Vaisman*, Math. Annalen. DOI:10.1007/s00208-014-1103-x, in press.

Arătăm că orice varietate local conformă Kaehler (LCK) omogenă și compactă are forma Lee paralelă, fiind deci Vaisman. Acest rezultat încheie complet clasificarea varietăților LCK omogene și compacte.

2. V. Vuletescu, *LCK metrics on Oeljeklaus-Toma manifolds versus Kronecker's theorem*, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roum., Nouv. Ser Tome 57(105), No. 2, 225-231, (2014).

Varietățile Oeljeklaus-Toma au fost introduse relativ recent (Ann. Inst. Fourier, 2005) fiind una dintre puținele clase de varietăți nekähleriene cu dimensiune algebrică mică cunoscute până în prezent. Ele sunt varietăți compacte complexe asociate unor corpuri de numere K cu s scufundări reale și t scufundări complexe și unor subgrupuri U ale grupului unităților lui K . Prima aplicație a lor, apărută în chiar articolul inițial referit mai sus, a fost infirmarea unei vechi conjeturi datorate lui I. Vaisman despre numerele Betti ale varietăților local conforme Kähler (LCK), în cazul $t = 1$ și $s = 2$. De asemenea, tot în acel articol se arată că aceste varietăți nu au metrici LCK pentru cazul $s = 1$ și $t > 1$ arbitrar.

Problema existenței metricilor LCK pe aceste varietăți, în cazul general (s, t =arbitrare) este încă deschisă. Într-un articol recent apărut (H. Kasuya, Bull. London Math. Soc, 2012) se arată, utilizând tehnici de coomologia algebrelor Lie, că unele clase de varietăți Oeljeklaus-Toma nu admit metrici LCK care să fie, în plus, Vaisman (i.e. cu forma Lee paralelă).

În articolul raportat se arată, utilizând tehnici de teoria algebrică a numerelor (mai exact, rezultate din sfera multelor generalizări ale "Teoremei unităților" a lui Kronecker) că în cazul $s \geq t$ (și U =arbitrar) varietățile Oeljeklaus-Toma nu admit metrici LCK (nu neapărat Vaisman).

Articolul a fost citat deja, încă din faza de preprint, în lucrarea *Nonreciprocal units in a number field with an application to Oeljeklaus-Toma manifolds*, A Dubickas - New York J. Math, 2014.

3. B.Y. Chen, G.E Vilcu, *Geometric classifications of homogeneous production functions*, Applied Mathematics and Computation, Volume 225, December 2013, 345-351.

În prima parte a acestei lucrări se generalizează o teoremă a lui F. Brickell (J. London Math. Soc. 42 (1967)), cu privire la suprafețele definite de grafice de funcții

omogene, obținându-se următorul rezultat: Dacă f este o funcție reală, r -omogenă, neconstantă, de n variabile (x_1, \dots, x_n) , definită pe un deschis $D \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, atunci hipersuprafața lui \mathbb{E}^{n+1} definită prin

$$z = f(x_1, \dots, x_n), \quad (x_1, \dots, x_n) \in D,$$

este plată dacă și numai dacă fie f este liniar omogenă, *i.e.* $r = 1$, fie

$$(1) \quad f = (c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n)^r,$$

unde c_1, \dots, c_n sunt constante reale.

În a doua parte a lucrării, rezultatul anterior este utilizat în studiul formei și proprietăților frontierei de producție, un concept de mare importanță în analiza economică. În particular, sunt generalizate unele rezultate clasice obținute de T. Inoue (International Economic Review 25(2) (1984)) și K. Abe, H. Okamoto, M. Tawada (The Canadian Journal of Economics 19 (1986)).

4. V. Slesar, M. Visinescu, G.E. Vilcu, *Special Killing forms on toric Sasaki-Einstein manifolds*, Physica Scripta, Volume 89 (2014), Number 12, 125205 (7 pp).

În această lucrare este studiată interacțiunea dintre coordonatele complexe pe conul Calabi-Yau și formele Killing speciale pe o varietate Sasaki-Einstein, obținându-se o procedură generală prin care pot fi construite efectiv formele Killing speciale. În partea finală a lucrării este exemplificată această procedură în cazul spațiilor 5 dimensionale $Y^{p,q}$.

Expuneri invitate la conferințe naționale și internaționale:

1. L. Ornea: *Homogeneous LCK manifolds*, Laboratory of algebraic geometry and its applications, Faculty of Mathematics, Higher School of Economics, Moscow, 28.02.2014.
2. L. Ornea: *O teoremă de scufundare în geometria complexă*, Academia Română, 02.06.2014.
3. C. Gherghe: *Harmonic maps vs Yang-Mills fields*, Real and complex differential geometry, 8-12 septembrie 2014, București.
4. G.E Vilcu, *Bundle-like foliations and submersions in quaternion-like geometries*, Sungkyunkwan University, Suwon, 23 August 2014.

Director proiect,
Prof. dr. Liviu Ornea