RAPORT STIINTIFIC AL GRANTULUI
PN–II–ID–PCE–2011–3–1023, NR. 247/2011,
IN PERIOADA 01.12.2014 – 31.12.2015

INTRODUCERE

Vom prezenta in acest raport activitatea desfasurata in perioada 01.12.2014 – 31.12.2015 de membrii grantului PN–II–ID–PCE–2011–3–1023, nr. 247/2011, avand titlul "Algorithmic and theoretical methods for studying monomial and binomial ideals with applications in combinatorics, commutative algebra and graph theory" si al carui director este Prof. dr. Dorin Popescu. Pentru o mai buna vizualizare vom prezenta in Sectiunea 1 rezultatele stiintifice obtinute in aceasta perioada de catre membrii grantului, iar in Sectiunea 2 vom prezenta modul in care au fost diseminate rezultatele acestui grant, la conferintele/stagiile de cercetare finantate din bugetul acestui grant. Mentionam ca toate realizarile cuprinse in cadrul acestui raport pot fi consultate la adresa grantului

`https://dl.dropboxusercontent.com/u/112281424/grantPCE-2011-3-1023/indexDP.html`

In ceea ce priveste rezultatele stiintifice, situatia in acest an calendaristic este urmatoarea:

Lucrari publicate:

(1) V. Ene, J. Herzog, S. Saeedi Madani, *A note on the regularity of Hibi rings*, **Manuscripta Math.** 148(3), 501-506, 2015.
(2) V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, *Linearly related polyominoes*, **J. Algebraic Combinatorics** 41 (4), 949-968, 2015.
(3) V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, S. Saeedi Madani, *Pseudo-Gorenstein and level Hibi rings*, **J. Algebra** 431, 138-161, 2015.
(4) V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, *Linear flags and Koszul filtrations*, **Kyoto J. Math.** 55(3), 517-530, 2015.
(5) F. Chaudhry, A. Dokuyucu, V. Ene, *Binomial edge ideals and rational normal scrolls*, **Bull. Iranian Math. Soc.** 41, no. 4, 971-979, 2015.
(6) V. Ene, A. Zarojanu, *On the regularity of binomial edge ideals*, **Math. Nachrichten** 288(1), 19-24, 2015.
(7) V. Ene, *Syzygies of Hibi rings*, **Acta Mathematica Vietnamica**, Special Issue on: Commutative Algebra and its Interaction with Algebraic Geometry and Combinatorics II 40(3), 403-446, 2015.
(8) D. Popescu, A. Zarojanu, *Three generated, squarefree, monomial ideals*, **Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie**, 58(106), no 3, 359-368, 2015.

Lucrari acceptate spre publicare:

(1) D. Popescu, *Stanley depth on five generated, squarefree, monomial ideals*, **Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie**, 59(107), no 1, 2016, arXiv:AC/1312.0923v5.
(2) D. Popescu, *Depth in a pathological case*, to appear in **Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie**, arXiv:AC/1406.1398v6.
(3) A. Dimca, D. Popescu, *Hilbert series and Lefschetz properties of dimension one almost complete intersections*, to appear in **Communications in Algebra**, arXiv:AG/14035921v2.

Lucrari elaborate in 2015 si trimise spre publicare:

(1) D. Popescu, *Around General Neron Desingularization*, 2015, arXiv:AC/1504.06938.
(2) A. Popescu, D. Popescu, *A method to compute the General Neron Desingularization in the frame of one dimensional local domains*, 2015, arXiv:AC/1508.05511.
(3) D. Popescu, *Artin approximation property and the General Neron Desingularization*, 2015, arXiv:AC/1511.06967.
(4) M. Cimpoeas, D. Stamate *On intersections of complete intersection ideals*, preprint 2015.
(5) M. Cimpoeas, *Stanley depth of the path ideal associated to a line graph*, 2015, arXiv.1508.07540.
(6) M. Cimpoeas, *On the quasi-depth of squarefree monomial ideals and the sdepth of the monomial ideal of independent sets of a graph*, 2015, arXiv.1511.06974v1.

1. REZULTATE STIINTIFICE OBTINUTE IN 2015

In cele ce urmeaza prezentam pe scurt rezultatele obtinute in cele 6 lucrari elaborate in anul 2015.

1. D. Popescu, *Around General Neron Desingularization*, arXiv:AC/1504.06938.

Un vechi rezultat demonstrat de autor este asa numita teorema ”General Neron Desingularization” (pe scurt GND), care afirma ca dat un morfism regulat de inele noetheriene $A \to A'$ si o A-algebra de tip finit B atunci orice A-morfism $v : B \to A'$ se factorizeaza printr-o A-algebra C neteda, i.e. v compunerea A-morfismelor $B \to C \to A'$. Aceasta teorema o extinde pe cea privind ”Neron Desingularization” data in termeni de inele de valuare discreta. Primul exemplu de GND in dimensiune > 1, dat in cazul inelelor de serii de puteri convergente peste $\mathbf{C}$, este chiar teorema lui Ploski.

Autorul extinde teorema lui Ploski in cazul inelelor de serii de puteri algebrice peste inele locale care sunt excelente si henseliene. O demonstratie usoara a cazului GND peste inele de valuare discreta este de asemenea obtinuta. Merita remarcat ca daca (A,m) este un inel de valuare discreta si A' este completatul sau atunci C poate fi ales independent de alegerea A-morfismului $v' : B \to A'$ cu proprietatea ca $v' \equiv v$ modulo $m^{2c+1}A'$ pentru un $c \in \mathbf{N}$ care depinde de B. Mai mult, multimea acestor A-morfisme este in bijectie cu A'^s pentru anumiti $s \in \mathbf{N}$.

In urma cu mai multi ani autorul a demonstrat ca GND implica solutionarea pozitiva a Conjecturii Bass-Quillen in anumite cazuri. Pe baza unei teoreme a lui Vorst demonstram ca pentru un inel local regulat (R,m,k) care contine un corp sau pentru care caracteristica lui k nu apartine lui m^2, se obtine ca orice modul proiectiv finit generat peste inelul $R[x]/I$, unde $x = (x_1,\dots,x_n)$, este liber in cazul in care I este ideal monomial.

2. A. Popescu, D. Popescu, ***A method to compute the General Neron Desingularization in the frame of one dimensional local domains*****, arXiv:AC/1508.05511.**

Principalul obiectiv al acestei lucrari este sa prezinte o metoda algoritmica pentru a calcula GND in cazul morfismelor regulate $A \to A'$ de domenii local noetheriene de dimensiune unu. Reamintim ca prin (A,m,k) intelegem un inel local esential de tip finit si (A',mA',k') este un subinel local al unui inel local complet care este o **C**-algebra. Pentru simplitate autorii presupun ca $k \subset A$, $k' \subset A'$, altfel calculele devin extrem de dificile. Chiar si in acest caz, folosirea unui sistem de calcul precum SINGULAR este necesara pentru a calcula efectiv un exemplu modulo o putere suficient de mare a lui m.

Un alt rezultat al acestei lucrari este o extindere a teoremei lui Greenberg de aproximare forte, care afirma ca in cazul unui inel de valuare discreta henselian si excelent (A,m) si pentru un sistem de polinoame $f=(f_1,\ldots,f_s)$ din $A[Y]$, $Y=(Y_1,\ldots,Y_n)$ exista o aplicatie liniara $\nu : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ care are urmatoarea proprietate:

"Daca $y \in A^n$ satisface $f(y) \equiv 0$ modulo $m^{\nu(c)}$ pentru un anumit $c \in \mathbf{N}$ atunci exista o solutie $y' \in A^n$ astfel incat $y' \equiv y$ modulo m^c."

Mai precis, autorii extind rezultatul lui Greenberg in cazul inelelor locale Cohen-Macaulay de dimensiune unu care sunt excelente si henseliene.

3. D. Popescu, ***Artin approximation property and the General Neron Desingularization*****, arXiv:AC/1511.06967.**

Aceasta lucrare este o prezentare schematica a principalelor rezultate obtinute in domeniul aproximarii Artin de-a lungul anilor de catre autor si nu numai. Un rezultat important al acestei lucrari este:

Teorema. Fie K un corp, $A=K\langle x\rangle$, $x=(x_1,\ldots,x_m)$, $f=(f_1,\ldots,f_r)\in K\langle x,Y\rangle^r$, $Y=(Y_1,\ldots,Y_n)$ si numerele naturale $0\le s_1\le\ldots\le s_n\le m$, c. Presupunem ca f admite o solutie $\hat{y}=(\hat{y}_1,\ldots,\hat{y}_n)$ in $K[[x]]$ atsfel incat $\hat{y}_i\in K[[x_1,\ldots,x_{s_i}]]$ pentru orice $1\le i\le n$. Atunci exista o solutie $y=(y_1,\ldots,y_n)$ a lui f in A astfel incat $y_i\in K\langle x_1,\ldots,x_{s_i}\rangle$ pentru orice $1\le i\le n$ si $y\equiv\hat{y}$ modulo $(x)^cK[[x]]$.

In lucrarea mai sus amintita autorul prezinta principalele idei ale demonstratiei acestei teoreme impreuna cu o aplicatie in cazul deformarilor algebrice versale. O extindere a rezultatului lui Greenberg a fost obtinuta de autor in colaborare cu A. Popescu in lucrarea **2.** descrisa mai devreme. In aceasta lucrare, autorul anunta ca aceasta extindere a teoremei lui Greenberg are loc chiar si in cazul inelelor locale de dimensiune unu care sunt excelente si henseliene, dar nu neaparat Cohen-Macaulay. In acest caz aplicatia liniara ν este data de $c \to e+c$, unde e depinde doar de f si o descompunere primara redusa a lui (0) in A. Acest rezultat remarcabil este parte a unei viitoare lucrari cu G. Pfister.

4. M. Cimpoeas, D. Stamate, ***On intersections of complete intersection ideals*****, preprint.**

Fie K un corp si $S=K[x_1,\ldots x_r]$ inelul de polinoame in variabilele $x_1,\ldots,x_r$. Un ideal $I\subset S$ se numeste *intersectie completa* (pe scurt CI) daca este minimal generat de height(I) elemente. Aceasta este o conditie foarte puternica care doar ocazional este pastrata luand intersectii de astfel de ideale. In acest articol autorii prezinta cateva familii infinite de ideale torice CI din S astfel incat intersectia oricaror ideale din aceasta familie este tot CI. Pentru un semigrup afin $H\subset\mathbb{N}$ inelul semigrupal $K[H]$ este subalgebra lui $K[t]$ generata de monoamele t^h cu $h\in H$.

Daca $a_1, \ldots, a_r$ genereaza H minimal, definim idealul toric I_H ca nucleul morfismului de K-algebre $\varphi : S \to K[H]$ dat de $\varphi(x_i) = t^{a_i}$ pentru orice i. Consideram acum lista de intregi $\mathbf{a} = a_1 < a_2 < \cdots < a_r$. Notam cu $I(\mathbf{a})$ nucleul morfismului de K-algebre $\varphi : S \to K[\langle \mathbf{a} \rangle]$ dat de $\varphi(x_i) = t^{a_i}$, unde definim $\langle \mathbf{a} \rangle$ semigrupul generat de $a_1, \ldots, a_r$. Daca genereaza $\langle \mathbf{a} \rangle$ minimal, numim $I(\mathbf{a})$ idealul toric al lui $\langle \mathbf{a} \rangle$. Pentru un intreg k definim $\mathbf{a} + k = (a_1 + k, \ldots, a_r + k)$. Studiul proprietatilor familiei de ideale $\{I(\mathbf{a} + k)\}_{k \geq 0}$ este o topica de cercetare de interes in ultimul timp. Folosind tehnici de baze Gröbner pentru a afal informatii noi despre intersectiile unor astfel de ideale CI. In rezultatul lor principal autorii demonstreaza ca pentru un $\mathbf{a}$ fixat intersectia de ideale CI de forma $I(\mathbf{a} + k)$ cu shifturi suficient de mari k ramane ideal CI.

5. M. Cimpoeas, ***Stanley depth of the path ideal associated to a line graph*****, arXiv.1508.07540.**

Fie $n \geq m \geq 1$ doua numere intregi, K un corp si $S = K[x_1, \ldots, x_n]$ inelul de polinoame peste K. Fie $\Delta_{n,m}$ complexul simplicial cu multimea fatelelor $\mathscr{F}(\Delta_{n,m}) = \{\{1,2,\ldots,m\},\{2,3,\ldots,m+1\},\cdots,\{n-m+1,\ldots,n\}\}$. Prin $I_{n,m} = (x_1x_2\cdots x_m, x_2x_3\cdots x_{m+1}, \ldots, x_{n-m+1}x_{n-m+2}\cdots x_n)$ intelegem idealul asociat fatetelor. Se observa ca $I_{n,m}$ este idealul path al grafului linie L_n, data fiind directia $1 < 2 < \ldots < n$. Demonstram ca $\operatorname{sdepth}(S/I_{n,m}) = \operatorname{depth}(S/I_{n,m}) = n + 1 - \left\lfloor \frac{n+1}{m+1} \right\rfloor - \left\lceil \frac{n+1}{m+1} \right\rceil$. Acest rezultat, generalizeaza, de exemplu, cazul $m = 2$, cand $I_{n,2}$ este idealul muchie pentru graful linie L_n.

Demonstratia este tehnica si foloseste o inductie dupa $m \geq 1$ si $n \geq m$. Din exemplul urmator reiese clar ideea de demonstratie. Daca $n = 6$ si $m = 3$, atunci $I_{6,3} = (x_1x_2x_3, x_2x_3x_4, x_3x_4x_5, x_4x_5x_6) \subset S := K[x_1, \ldots, x_6]$. Se observa $7 - \left\lfloor \frac{7}{4} \right\rfloor - \left\lceil \frac{7}{4} \right\rceil = 4$. Let $L_0 = I_{6,3}$, $L_1 = (L_0 : x_3) = (x_1x_2, x_2x_4, x_4x_5)$ si $J_1 = (L_0, x_3) = (x_3, x_4x_5x_6)$. Din moment ce $L_1 \cong I_{4,2}S$, avem $\operatorname{depth}(S/L_1) = \operatorname{sdepth}(S/L_1) = \operatorname{depth}(S/I_{4,2}S) = 2 + \operatorname{depth}(K[x_1, \ldots, x_4]/I_{4,2}) = 2 + \left\lceil \frac{4}{3} \right\rceil = 4$. Pe de alta parte, cum J_1 este intersectie completa, $\operatorname{depth}(S/J_1) = \operatorname{sdepth}(S/J_1) = 4$. Consideram sirul exact $0 \to S/L_1 \to S/L_0 \to S/J_1 \to 0$. Obtinem astfel $\operatorname{sdepth}(S/L_0) \geq 4$. Altfel, cum $L_1 = (L_0 : x_3)$, obtinem $\operatorname{sdepth}(S/L_0) \leq \operatorname{sdepth}(S/L_1) = 4$. Deci $\operatorname{sdepth}(S/L_0) = 4$. Adica, $\operatorname{depth}(S/L_0) = 4$. O posibila generalizare a rezultatului nostru principal ar fi obtinerea $\operatorname{sdepth}(S/I_{n,m}^k) = \operatorname{depth}(S/I_{n,m}^k)$ pentru orice $k \geq 1$. Mai mult, am putea conjectura: daca Δ este arbore simplicial, atunci $\operatorname{sdepth}(S/I(\Delta)^k) = \operatorname{depth}(S/I(\Delta)^k)$ pentru orice $k \geq 1$.

6. M. Cimpoeas, ***On the quasi-depth of squarefree monomial ideals and the sdepth of the monomial ideal of independent sets of a graph*****, arXiv.1511.06974v1.**

Fie $n \geq 3$ un numar intreg, K un corp si $S = K[x_1, \ldots, x_n]$ inelul de polinoame peste K. Fie $I \subset J$ doua ideale monomiale si fie $\mathscr{P} = \mathscr{P}_{J/I} := \{\sigma \subset [n] \ : \ x_\sigma \in J \setminus I\}$, unde $x_\sigma = \prod_{i \in \sigma} x_i$. $\mathscr{P}_k = \{A \in \mathscr{P} \ : \ |A| = k\}$ si $\alpha_k = |\mathscr{P}_k|$ sunt notatii. Presupunem $\operatorname{sdepth}(J/I) = d$. Conform unui rezultat obtinut de Herzog, Vladoiu and Zheng, avem pentru $\mathscr{P}$ partitia $\mathscr{P} = \bigcup_{i=1}^r [F_i, G_i]$ cu $|G_i| \geq d$ pentru orice i. Fie $\beta_k = |\{i \ : |F_i| = k\}$. Se observa usor ca $\beta_0 = \alpha_0$ si $\beta_k = \alpha_k - \beta_0 \binom{d}{k} - \beta_1 \binom{d-1}{k-1} - \cdots - \beta_{k-1} \binom{d-k}{1}$, pentru toti $1 \leq t \leq d$. Pentru $\alpha_0, \ldots, \alpha_n$ si contruind β_k ca mai sus, putem intreba care este cel mai mare d pentru care β_k's sunt non negative. Notam acest numar cu $\operatorname{qdepth}(J/I)$. Evident, $\operatorname{sdepth}(J/I) \leq \operatorname{qdepth}(J/I)$.

Desigur, $\operatorname{qdepth}(J/I)$ poate fi foarte usor calculat cu un computer, pe cand $\operatorname{sdepth}(J/I)$ nu, din moment ce algoritmul ce genereaza partitii creste in mod exponential. Verificam exemplul celebru care a invalidat conjectura Stanley, adica $\operatorname{sdepth}(S/I) < \operatorname{depth}(S/I)$, aratand de asemenea, qdepth$(S/I) <$ depth(S/I). Fie $I \subset S$ un ideal monomial liber de patrate generat in grad $m < n$ cu $g = |G(I)|$. Am demonstrat ca daca $\binom{n+m-d-1}{m} < g$, atunci qdepth$(S/I) \leq d-1$. In particular, daca $\binom{n-1}{m} < g$, atunci qdepth$(S/I) =$ sdepth$(S/I) = m-1$.

Fie $G = (V,E)$ un graf cu multimea de varfuri $V = [n]$ si cea a muchiilor E. O multime de varfuri S este *independenta* daca nu exista elemente i si j din S astfel incat $\{i,j\} \in E$. Prin $Ind(G)$ intelegem multimea tuturor multimilor independente ale lui G. Fie $T := K[s_i,t_i : i \in [n]]$ inelul polinoamelor in doua seturi de n variabile. Pentru orice $S \in Ind(G)$, consideram monomul $m_S := \prod_{i\in S} s_i \prod_{i\notin S} t_i$. Fie $I := (m_S : S \in Ind(G)) \subset T$. I se numeste idealul monomial al multimilor independente asociate grafului G. Notam cu $g = |G(I)|$. Demonstram ca $\gamma(G) \geq$ sdepth$(T/I) \geq$ depth(T/I), unde $\gamma(G) = \max\{d : \binom{3n-d-1}{n} \geq g\}$ si conjecturam ca sdepth$(T/I) = \gamma(G)$.

2. Diseminarea rezultatelor in 2015

Membrii echipei de cercetare au sustinut numeroase conferinte nationale si internationale in 2015. Fara indoiala, cea mai importanta expunere stiintifica internationala a avut-o directorul acestui proiect care a fost invitat in cadrul semestrului special dedicat Aproximarii Artin si Teoriei Singularitatilor organizat la CIRM, Luminy (Franta).
(vezi `http://chairejeanmorlet-1stsemester2015.weebly.com/program-overview.html`)

A fost invitat inca din luna ianuarie sa predea un mini-curs din patru lectii pentru studentii aflati la studii doctorale in perioada 26.01-30.01.2015, cu tematica "Introduction to Artin Approximation and the Geometry of Power Series Spaces". Titlurile celor patru lectii sunt: 1) Morfisme netede, 2) "Locul" neted al unui morfism, 3) teorema lui Elkik, si 4) GND in dimensiune 1. Ulterior, a fost invitat din nou la CIRM, Luminy, la conferinta "Applications of Artin Approximation in Singularity Theory", organizata in perioada 2.02-6.02.2015, unde a avut prezentarea cu titlul "Artin approximation, versal deformations, and maximal Cohen-Macaulay modules". O alta prezentare a prof. Dorin Popescu a fost "On the regular local rings" la conferinta "Artin Approximation and Infinite Dimensional Geometry" organizata in perioada 23.03-27.03.2015 la CIRM, Luminy. Prezentarile sale au fost foarte apreciate si ca urmare a fost invitat in perioada 2.11-10.11.2015 pentru un stagiu de cercetare la prestigioasa universitate KU Leuven (Belgia), unde a sustinut o prezentare in cadrul seminarului generalist pe 4.11.2015.

Fiecare membru al echipei de cercetare a sustinut o conferinta la congresul "The Eighth Congress of Romanian Mathematicians" organizat in Iaşi, in perioada 26.06-01.07.2015, ceea ce dovedeste un buna vizibilitate internationala a rezultatelor obtinute de membrii echipei,
(vezi `http://www.math.uaic.ro/cmr2015/programme/Algebra%20and%20Number%20Theory.pdf`)

In plus, membrii echipei de cercetare, in traditia ultimilor ani, au sustinut stiintific Scoala Nationala de Algebra. In acest an, a 23-a editie a Scolii Nationale de Algebra a fost organizata la IMAR in perioada 31.08-04.09, beneficiind de participarea prof. Gerhard Pfister (Universitatea din Kaiserslautern). Lectiile din cadrul scolii pot fi identificate in link-ul de mai jos.
(`http://math.univ-ovidius.ro/sna/edition.aspx?cat=GeneralInfo&itemID=9`)

De asemenea vrem sa adaugam ca trei din membrii echipei au fost printre organizatorii acestei editii a Scolii Nationale de Algebra: Viviana Ene, Dumitru Stamate si Marius Vlădoiu.

Ca de obicei, rezultatele cele mai recente sunt prezentate in cadrul seminarului stiintific saptamanal "Algebra comutativa si combinatorica Nicolae Radu" comun FMI si IMAR si gazduit de

FMI. Arhiva prezentarilor din cadrul seminarului in anul 2015 poate fi consultata mai jos. (`http://www.imar.ro/organization/activities/archive/seminars_arh_sem_19_2015_s.php`)

REFERENCES

[1] A. Aramova, J. Herzog, T. Hibi, Finite lattices and lexicographic Gröbner bases, European J. Combin. **21** (2000), 431–439.

[2] M. Brun, G. Floystad, The Auslander-Reiten translate on monomial rings, Adv. Math. 226, 952–991, 2011.

[3] W. Bruns, J. Herzog, *Semigroup rings and simplicial complexes*, J. Pure Appl. Algebra **122** (1997), 185–208.

[4] M. Cimpoeas, The Stanley conjecture on monomial almost complete intersection ideals, Bull. Soc. Math. Roumanie. vol 55(103), no. 1 (2012), 35-39.

[5] M. Cimpoeas, Stanley depth of quotient of monomial complete intersection ideals, va aparea in Comm. Algebra.

[6] A. Conca, Universally Koszul algebras, Math. Ann. **317** (2000), 329–346.

[7] A. Conca, M. E. Rossi, G. Valla, Gröbner flags and Gorenstein algebras, Compositio Math. **129** (2001), 95–121.

[8] A. Conca, N. V. Trung, G. Valla, Koszul property for points in projective space, Math. Scand. **89** (2001), 201–216.

[9] D. A. Cox, A. Erskine, On closed graphs, arXiv:1306.5149.

[10] M. Crupi, G. Rinaldo, Binomial edge ideals with quadratic Gröbner bases, Electron. J. Combin., **18** (2011), no. 1, # P211.

[11] V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, Cohen-Macaulay binomial edge ideals, Nagoya Math. J. **204**, 57–68, 2011.

[12] V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, Koszul binomial edge ideals, submitted, arXiv:1310.6426v1.

[13] V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, F. Mohammadi, Determinantal facet ideals, Michigan Math. J. 62, 39–57, 2013 .

[14] V. Ene, J. Herzog, T. Hibi, A. A. Qureshi, The binomial edge ideal of a pair of graphs, va aparea in Nagoya Math. J.

[15] V. Ene, J. Herzog, F. Mohammadi, *Monomial ideals and toric rings of Hibi type arising from a finite poset*, European J. Combin. **32** (2011), 404–421.

[16] V. Ene, A. Qureshi, Ideals generated by diagonal 2-minors, Comm. Algebra 41(8), 3058–3066, 2013.

[17] V. Ene, A. A. Qureshi, A. Rauf, *Regularity of join-meet ideals of distributive lattices*, Electron. J. Combin. **20** (3) (2013), #P20.

[18] V. Ene, A. Zarojanu, On the regularity of binomial edge ideals, va apare in Math. Nachr.

[19] M. Hashimoto, *Determinantal ideals without minimal free resolutions*, Nagoya Math. J. **118** (1990), 203–216.

[20] M. Hashimoto, T. Hibi, A. Noma, *Divisor class groups of affine semigroup rings associated with distributive lattices*, J. Algebra **149** (1992), 352–357.

[21] J. Herzog, A survey on Stanley depth. In "Monomial Ideals, Computations and Applications", A. Bigatti, P. Giménez, E. Sáenz-de-Cabezón (Eds.), Proceedings of MONICA 2011. Springer Lecture Notes in Mathematics 2083 (2013).

[22] J. Herzog, T. Hibi, Finite lattices and Gröbner bases, Math. Nachr. **285** (2012), 1969–1973.

[23] J. Herzog, T. Hibi, F. Hreinsdotir, T. Kahle, J. Rauh, Binomial edge ideals and conditional independence statements, Adv. Appl. Math. **45** (2010), 317–333.

[24] H. Herzog, Y. Takayama, N. Terai, On the radical of a monomial ideal, Arch. Math. 85, 397–408, 2005.

[25] J. Herzog and M. Vladoiu, Monomial ideals with primary components given by powers of monomial prime ideals, arXiv:1310.3409.

[26] J. Herzog, T. Hibi, *Finite lattices and Gröbner bases*, Math. Nachr. **285** (2012), 1969–1973.

[27] J. Herzog, T. Hibi, G. Restuccia, Strongly Koszul Algebra, Math. Scand. **86** (2000), 161–178.

[28] T. Hibi, *Distributive lattices, affine semigroup rings and algebras with straightening laws*, In: "Commutative Algebra and Combinatorics" (M. Nagata and H. Matsumura, Eds.), Adv. Stud. Pure Math. **11**, North–Holland, Amsterdam, (1987), 93–109.

[29] T. Hibi, Canonical ideals of Cohen-Macaulay partially ordered sets, Nagoya Math. J. **112**(1988), 1– 24.

[30] T. Hibi, Hilbert functions of Cohen-Macaulay integral domains and chain conditions of finite partially ordered sets, J. Pure Appl. Algebra **72**(1991), 265–273.

[31] B. Ichim and A. Zarojanu, An algorithm for computing the multigraded Hilbert depth of a module, arXiv:1304.7215v1.

[32] K. Kurano, *The first syzygies of determinantal ideals*, J. Algebra **124** (1989), 414–436.
[33] S. Kim, Distributive lattices, affine semigroups, and branching rules of the classical groups, J. Combin. Theory Ser. A, **119** (6), (2012), 1132–1157.
[34] K. Matsuda, S. Murai, Regularity bounds for binomial edge ideals, J. Commut. Algebra **5** (2013), 141–149.
[35] M. Miyazaki, *A sufficient condition for a Hibi ring to be level and levelness of Schubert cycles*, Comm. Alg. **35** (2007), 2894–2900.
[36] D. Popescu, Depth of factors of square free monomial ideals, acceptat spre publicare in Proceedings AMS, arXiv:AC/1110.1963.
[37] D. Popescu, Upper bounds of depth of monomial ideals, J. Commutative Alg. 5(2), 323-327, 2013.
[38] D. Popescu, Stanley depth on five generated, squarefree, monomial ideals, preprint 2013.
[39] D. Popescu, A. Zarojanu, Depth of some square free monomial ideals, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie, vol 56(104) No. 1, 117-124, 2013.
[40] D. Popescu, A. Zarojanu, Depth of some special monomial ideals, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie, vol 56 (104) No. 3, 365-368, 2013.
[41] D. Popescu, A. Zarojanu, Three generated squarefree monomial ideals, trimis spre publicare, arXiv:1307.8292.
[42] A. Qureshi, Indispensable Hibi relations and Gröbner bases, va aparea in Algebra Colloq.
[43] A. Rauf, G.Rinaldo, Construction of Cohen-Macaulay binomial edge ideals, va aparea in Commun Algebra
[44] J.E. Roos, B. Sturmfels, A toric ring with irrational Poincaré-Betti series, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. **326** (1998), 141–146.
[45] A. Qureshi, *Ideals generated by* 2*-minors, collections of cells and stack polyominoes*, J. Algebra **357** (2012), 279–303.
[46] A. Qureshi, *Indispensable Hibi relations and Gröbner bases*, to appear in Algebra Colloq.
[47] S. Saeedi Madani and D. Kiani, Binomial edge ideals of graphs, Electron. J. Combin, **19** (2012), no. 2, # P44.
[48] S. Saeedi Madani and D. Kiani, On The Binomial Edge Ideal of a Pair of Graphs, Electron. J. Combin, **20** (2013), no. 1, # P48.
[49] F. Santos, B. Sturmfels, Higher Lawrence configurations, J. Combin. Theory Ser. A **103**, 151–164 (2003).
[50] D. W. Sharpe, *On certain polynomial ideals defined by matrices*, Quart. J. Math. Oxford (2) **15** (1964), 155–175.
[51] D. W. Sharpe, *The syzygies and semi-regularity of certain ideals defined by matrices*, Proc. London Math. Soc. **15** (1965), 645–679.
[52] D. G. Wagner, *Singularities of toric varieties associated with finite distributive lattices*, J. Algebraic Combin. **5**(1996), 149–165.

Director grant,

Prof. dr. Dorin Popescu