

Raport stiintific

privind implementarea proiectului PN-III-P1-1.1-TE-2021-1633
in perioada 16 mai 2022- 31decembrie 2022

Rezumatul etapei:

Rezultate verificabile prevazute in Planul de realizare:

-in perioada mai – decembrie 2022 au fost finalizate **5 lucrari stiintifice** (trimise la publicare, acceptate sau publicate), peste obiectivul asumat de 1 lucrare finalizata.

-s-a realizat pagina web a proiectului, care este actualizata periodic:

<http://gta.math.unibuc.ro/~dumi/grantTE-2021-1633/index.html>

-in aceasta etapa au fost sustinute **6 comunicari stiintifice** la conferinte sau seminarii de specialitate la institute sau universitati de prestigiu, peste obiectivul asumat de 3 comunicari.

Rezultatele verificabile au fost astfel *indeplinite in procent de 100%*.

Obiectivul stiintific initial al etapei a fost studiul bazelor Groebner pentru ideale mixte si al rezolutiilor lor prin

- 1) Experimente numerice pentru a detecta/observa proprietatea intersectie completa intr-o familie shiftata de semigrupuri
- 2) Experimente numerice pentru a observa comportamentul bazelor Groebner si al rezolutiilor pentru intersectii de ideale torice dintr-o familie shiftata de semigrupuri

Suplimentar, ne-a preocupat obiectivul global al grantului

- 3) Investigarea de structuri algebrice cu substrat combinatorial.

Rezumatul activitatilor realizate

In cadrul acestei etape am obtinut urmatoarele rezultate, ce vor fi descrise pe larg in sectiunile urmatoare.

-(Obiectivul 1) am caracterizat proprietatea ca intr-o familie shiftata de semigrupuri numerice sa apara o infinitate de (ideale torice) intersectii complete, in functie de partea omogena comuna a acestor ideale

-(Obiectivul 2) in urma experimentelor am obtinut o intelegere calitativa a proprietatilor de periodicitate asimptotica pentru numere Betti la intersectii de ideale torice si la intersectii ale idealelor lor de forme initiale atunci cand lucram in familia shiftata a unui semigrup numeric.

-(Obiectivul 3) am calculat dimensiunea Krull pentru inelul toric asociat unui polyomino de tip closed path

-(Obiectivul 3) am aratat proprietatea Konig pentru idealul toric asociat unui polyomino de tip closed path

-(Obiectivul 3) am studiat algebra monoidala generata de caracterele unui grup finit, in legatura cu proprietati ale L-functiilor Artin

Descrierea stiintifica cu punerea in evidenta a rezultatelor

[1] Dumitru I. Stamate, *On the occurrence of complete intersections in shifted families of numerical semigroups*, **Research in the Mathematical Sciences** vol 9 (2022), Article number: 32 (5 pp). [DOI 10.1007/s40687-022-00328-0](https://doi.org/10.1007/s40687-022-00328-0). (obiectivul 1)

Dam o conditie necesara si suficienta pentru a exista o infinitate de intersectii complete in familia shiftata a unui semigrup numeric. Ne folosim de teorema lui Fischer-Morris-Shapiro ce caracterizeaza semigrupurile afine intersectie complete, si rezulta ca daca partea omogena J din idealul toric pentru $\langle a_{1+k}, a_{2+k}, \dots, a_{r+k} \rangle$ este intersectie complete, atunci semigrupul asociat lui J in \mathbb{N}^2 are o splitare IC de tip $(1, r-1)$. In particular, pentru idealul toric IC gasim ca este generat minimal de o baza Groebner revlex a sa.

[2] Rodica Dinu, Francesco Navarra, *Non-simple polyominoes of Konig type*, preprint 2022, in evaluare. 15pp. (obiectivul 3)

Polyomino-urile sunt figure plane P obtinute prin alaturarea de patrute de-a lungul laturilor comune. Acestora li se asociaza un ideal de 2-minori corespunzatori intervalelor interne ale figurii, numit idealul polyomino al lui P , notat I_P . In aceasta lucrare este determinata inaltimea idealului I_P pentru un polyomino de tip closed path. Formula este simpla, si se conjectureaza validitatea ei in general.

Proprietatea Konig a unui ideal a fost introdusa recent de Herzog et al (Transactions AMS 2022) in legatura cu persistenta proprietatii de a fi sir regulat pentru sirul termenilor initiali dintr-un sir regulat de polinoame. Completand demersul din Herzog et al, se arata ca si pentru un polyomino de tip closed path are loc proprietatea Konig. In lucrarea citata se verificase proprietatea Konig doar pentru un polyomino simplu.

[3] Mircea Cimpoeas, *On a generalization of monomial groups*, **Monatshefte fur Mathematik**, 2022, available online. [DOI 10.1007/s00605-022-01762-6](https://doi.org/10.1007/s00605-022-01762-6). (obiectivul 3)

Studiem o clasa de grupuri finite, numite almost monomial, care generalizeaza clasa grupurilor monomiale si care sunt legate de teoria L-functiilor Artin. Cercetarea porneste de la similitudini cu teoria grupurilor monomiale, atunci cand este posibil.

[4] Mircea Cimpoeas, Alexandru F. Radu, *On supercharacter theoretic generalizations of monomial groups and Artin's conjecture*, **Czechoslovak Mathematical Journal** Vol. 72 (2022), No. 4, pp. 1065-1079. [DOI 10.21136/CMJ.2022.0352-21](https://doi.org/10.21136/CMJ.2022.0352-21). (obiectivul 3)

Sunt extinse notiunile de grup quasi-monomial si almost monomial in cadrul teoriei supercaracterelor, si este evidentiata legatura cu conjectura lui Artin asupra olomorfiei L-functiilor Artin.

[5] Mircea Cimpoeas, Alexandru F. Radu, *On the monoid algebra associated to the monomial characters of a finite group*, 2022, to appear in **Questiones Mathematicae**, 14 pp. Preprint version available at [arXiv:2205.13597 \[math.RT\]](https://arxiv.org/abs/2205.13597). (obiectivul 3)

Dat un grup finit G , studiem algebra monoidală R_G peste un corp K , generate de caracterele monomiale ale grupului G . În particular, se observă că închiderea întreaga a lui R_G este conținută în algebra generată de acele caractere χ pentru care L -funcția Artin asociată $L(s, \chi)$ este olomorfa pe $\mathbb{C} \setminus \{1\}$. Este discutat și cazul supercaracterelor.

[6] Mircea Cimpoeas, Dumitru I. Stamate, *On families of intersections of toric ideals*. (titlu provizoriu), în curs de redactare. (obiectivul 2).

Dat un șir ordonat crescător de numere naturale $\mathbf{a}: a_1, a_2, \dots, a_r$, notăm $I(\mathbf{a}+k)$ idealul toric pentru semigrupul generat de a_1+k, \dots, a_r+k , iar prin $I^*(\mathbf{a}+k)$ idealul formelor inițiale din $I(\mathbf{a}+k)$. Proprietățile asimptotice pentru $k \gg 0$ ale acestor ideale sunt de interes. În urma experimentelor am observat că dacă intersectăm idealele pentru shifturi k dintr-o familie finită fixată, atunci shifturi succesive cu $N(a_r - a_1)$ și $N \gg 0$ produce ideale cu comportament omologic similar. Suntem în curs de a demonstra acest lucru observat pe cazuri particulare.

Lista lucrărilor elaborate

- 1) Dumitru I. Stamate, *On the occurrence of complete intersections in shifted families of numerical semigroups*, **Research in the Mathematical Sciences** vol 9 (2022), Article number: 32 (5 pp). [DOI 10.1007/s40687-022-00328-0](https://doi.org/10.1007/s40687-022-00328-0). Preprint [version](#).
- 2) Rodica Dinu, Francesco Navarra, *Non-simple polyominoes of König type*, preprint 2022, în evaluare la revista. 15pp. Preprint disponibil la [arXiv:2210.12665 \[math.AC\]](https://arxiv.org/abs/2210.12665).
- 3) Mircea Cimpoeas, *On a generalization of monomial groups*, **Monatshefte für Mathematik**, 2022, acceptată, disponibilă online. [DOI 10.1007/s00605-022-01762-6](https://doi.org/10.1007/s00605-022-01762-6).
- 4) Mircea Cimpoeas, Alexandru F. Radu, *On supercharacter theoretic generalizations of monomial groups and Artin's conjecture*, **Czechoslovak Mathematical Journal** Vol. 72 (2022), No. 4, pp. 1065-1079. [DOI 10.21136/CMJ.2022.0352-21](https://doi.org/10.21136/CMJ.2022.0352-21).
- 5) Mircea Cimpoeas, Alexandru F. Radu, *On the monoid algebra associated to the monomial characters of a finite group*, 2022, acceptată la **Quaestiones Mathematicae**, 14 pp. Preprint version available at [arXiv:2205.13597 \[math.RT\]](https://arxiv.org/abs/2205.13597).

Diseminarea rezultatelor

- 1) Dumitru Stamate, *Ulrich elements in normal affine semigroup rings*, Algebra Seminar, University of Pisa, 17 May 2022.
- 2) Dumitru Stamate, *Ulrich elements in normal affine semigroup rings*, [INdAM Workshop: International Meeting on Numerical Semigroups 2022](#), Rome, Italy, 13-17 June 2022.
- 3) Mircea Cimpoeas, *A note on the monomial characters of a wreath product of groups*, C.A.I.M. 29th edition, Universitatea de stat din Tiraspol, 25-28 August 2022, Chisinau, Republic of Moldova.
- 4) Mircea Cimpoeas, *Almost monomial groups*, Yearly Conference of SSMR, the Romanian Mathematical Society, Universitatea Politehnica din București, 22 October 2022, Bucharest, Romania.
- 5) Dumitru Stamate, *On the occurrence of complete intersections in shifted families of numerical semigroups*, [FMI-IMAR Commutative Algebra Seminar](#), 8 nov 2022.

- 6) Mircea Cimpoeas, *On the monomial algebra associated to the monomial characters of a finite group*, [FMI-IMAR Commutative Algebra Seminar](#), 15 nov 2022.

Stagii de documentare si de cercetare finantate de grant

- Rodica Dinu la University of Duisburg-Essen, Campus Essen, Germany, iunie 2022 (2 saptamani). Gazda: [Prof. Juergen Herzog](#),
- Gabriela Petcu a participat la [EMS Summer School on Combinatorial Commutative Algebra](#), Gebze Technical University, Turkey, 8-12 August 2022.
- Dumitru Stamate la University of Duisburg-Essen, Campus Essen, Germany, Septembrie 2022 (2 saptamani). Gazda: [Prof. Juergen Herzog](#).

Specialisti externi invitati

- [Alexandra Seceleanu](#) de la University of Nebraska, Lincoln, USA a vizitat echipa intre 16-19 iulie 2022. A sustinut prelegerea *Symmetric shifted monomial ideals* in cadrul Seminarului de Algebra Comutativa organizat de Facultatea de Matematica si Informatica a Universitatii din Bucuresti in colaborare cu Institutul de Matematica S. Stoilow al Academiei Romane.

Alte activitati desfasurate in grant

- A 11-a editie a [Workshop for Young Researchers in Mathematics](#), 19-20 May 2022, a fost organizata in format hibrid la IMAR, Bucuresti de catre Cristina Anghel, **Rodica Dinu**, Alexandra Melnig si Remus Radu. R. Dinu si C. Anghel au organizat impreuna Sectiunea Algebra, Geometry, Number Theory & Topology.
- Dumitru Stamate a facut parte din comitetul stiintific al [EMS Summer School on Combinatorial Commutative Algebra](#), Gebze Technical University, Turkey, 8-12 August 2022, impreuna cu Fatemeh Mohammadi si Mufit Sezer.
- Incepand cu 1 August 2022 a fost angajata (prin concurs) Gabriela Petcu pe pozitia vacanta de student masterand.
- Pagina web a grantului a fost creata si actualizata.
- Au fost stabilite directiile de concentrare pentru etapa urmatoare.

Director Proiect,

Lect. Dr. Dumitru I. Stamate